pseudosferica colla planimetria non-euclidea, si rende necessario di esaminare attentamente l'espressione analitica che abbiamo usata per rappresentare l'elemento lineare della superficie pseudosferica. E innanzi tutto si affaccia la seguente quistione : le due geodetiche che abbiamo chiamate fondamentali debbono essere scelte in qualche modo particolare perché l'elemento abbia la forma anzidetta ? Veramente sembrerebbe che esse potessero essere scelte ad arbitrio, poiché se ogni pezzo di superficie è sovrapponile in modo qualunque alla superficie stessa, chiaro è che due qualisivogliano geodetiche ortogonali esistenti in quel pezzo si possono far coincidere con due altre qualisivogliano, purché ortogonali del pari. Siccome però la quistione che abbiamo sollevata è essenziale per lo scopo nostro, cosi abbiamo creduto di dedicare ad essa la Nota II, nella quale, dimostrandosi direttamente che le geodetiche fondamentali sono arbitrarie, risulta al tempo stesso provato, senza bisogno di ammettere preliminari conoscenze in proposito, che ogni pezzo di superficie è applicabile in modo qualunque sulla superficie stessa.

In conseguenza di questo fatto e delle ragioni già esposte, i teoremi della planimetria non-euclidea relativi alle figure rettilinee piane diventano necessariamente validi per le analoghe figure geodetiche esistenti sulle superficie pseudosferiche. Tali sono per esempio quelli dei n[1] 3-10, 16-24, 29-30, ecc. delle *Elude* géométriques* ... di LOBATSCHEWSKY.

Prendiamo ora a considerare le due geodetiche spiccate da un punto dato, parallelamente ad una geodetica data. Sia ?> la lunghezza della normale geodetica condotta dal punto a questa geodetica. Questa normale divide per metà l'angolo delle due parallele. Infatti staccando la striscia di superficie compresa fra la geodetica normale, una delle parallele e la corrispondente metà della geodetica data, invertendola, ed applicandola di nuovo sulla superficie, in modo che la normale coincida con sé stessa, mentre la metà della geodetica data si sovrapponga sull'altra metà, è chiaro che la parallela limitante la striscia si deve sovrapporre all'altra parallela, senza di che dal punto dato si potrebbero condurre più di due parallele alla geodetica data. Chiamiamo *angolo di parallelismo* l'angolo formato da ciascuna delle parallele colla normale e denotiamolo con A. Per calcolare questo angolo, facciamo uso della nostra solita analisi, ponendo l'origine $(u = v = o)$ nel punto dato e dirigendo la geodetica fondamentale v -— o normalmente alla geodetica data; talché quest'ultima risulta rappresentata dall'equazione

$$u = \text{rttgh-£-} ,$$

come facilmente si rileva dalle forinole (7')-

A questa geodetica corrisponde nel piano ausiliare una corda perpendicolare all'asse

delle x_y bisecata da questo asse, uno dei cui termini ha per ordinata la quantità

---

sr-.

cosh

^